

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (12 bodova) Zadani su ravnina Π te pravci p i q svojim parametarskim jednadžbama

$$\Pi \dots \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 2 + s, \\ z = 3 - t, \end{cases} \quad p \dots \begin{cases} x = t, \\ y = 4, \\ z = 2 + t, \end{cases} \quad q \dots \begin{cases} x = 1, \\ y = 1 + t, \\ z = 1 - t. \end{cases}$$

- (a) Postoji li pravac r koji je paralelan pravcu p te leži u ravnini Π ? Ako postoji, napišite kanonsku jednadžbu nekog takvog pravca. Ako ne postoji, obrazložite zašto.
- (b) Ispitajte nalazi li se točka $T = (3, 4, 5)$ na pravcu p . Ispitajte nalazi li se točka $T = (3, 4, 5)$ u ravnini Π .
- (c) Napišite implicitni oblik jednadžbe ravnine Π i kanonski oblik jednadžbe pravca p .
- (d) Dokažite da su pravci p i q mimosmjerni. Odredite vektor smjera njihove zajedničke normale.
- (e) Napišite parametarske jednadžbe y -osi i xz -ravnine.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 2. (8 bodova)

- (a) Zadana je kružnica jednadžbom $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 9$. Odredite jednadžbe svih tangenata na tu kružnicu koje su paralelne x -osi.

- (b) Odredite udaljenost direktrise elipse

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

od njezinog bližeg fokusa.

- (c) Odredite jednadžbu hiperbole s asimptotama $y = \pm \frac{4}{3}x$ ako je njezin linearni ekscentricitet jednak 5.

- (d) Ispitajte odnos pravca $x + 2y + 1 = 0$ i parabole $y^2 = x$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 3. (10 bodova)

- (a) Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $A(1, 2, 3)$, $B(4, 5, 6)$ i $C(7, 8, 9)$.
- (b) Odredite koeficijente $a, b \in \mathbb{R}$ takve da ravnina $ax + by + 7z + 3 = 0$ prolazi točkom $A(1, 2, 3)$ te da je paralelna s pravcem $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-4}{6}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 4. (10 bodova) Ispitajte sijeku li se pravac $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{2}$ te ortogonalna projekcija pravca $\frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{6}$ na ravninu koja prolazi točkom $(1, 1, 1)$ te je paralelna s ravninom $7x + y - 2z + 3 = 0$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 5. (10 bodova) Odredite sve točke hiperbole $x^2 - 8y^2 = 32$ koje su 5 puta više udaljene od lijevog fokusa nego od desnog fokusa.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Svaki zadatak rješavajte na odvojenom papiru.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Dozvoljeno je koristiti kalkulator i službene šalabahtere.

Zadatak 1. (12 bodova) Zadani su ravnina Π te pravci p i q svojim parametarskim jednadžbama

$$\Pi \dots \begin{cases} x = 1 - t, \\ y = 3 + t, \\ z = 2 - s, \end{cases} \quad p \dots \begin{cases} x = 2t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 5, \end{cases} \quad q \dots \begin{cases} x = 1, \\ y = 1 - t, \\ z = 1 + t. \end{cases}$$

- (a) Postoji li pravac r koji je paralelan pravcu p te leži u ravnini Π ? Ako postoji, napišite kanonsku jednadžbu nekog takvog pravca. Ako ne postoji, obrazložite zašto.
- (b) Ispitajte nalazi li se točka $T = (2, 4, 5)$ na pravcu p . Ispitajte nalazi li se točka $T = (2, 4, 5)$ u ravnini Π .
- (c) Napišite implicitni oblik jednadžbe ravnine Π i kanonski oblik jednadžbe pravca p .
- (d) Dokažite da su pravci p i q mimosmjerni. Odredite vektor smjera njihove zajedničke normale.
- (e) Napišite parametarske jednadžbe x -osi i yz -ravnine.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 2. (8 bodova)

(a) Zadana je kružnica jednadžbom $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$. Odredite jednadžbe svih tangenata na tu kružnicu koje su paralelne y -osi.

(b) Odredite udaljenost direktrise elipse

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$$

od njezinog bližeg fokusa.

(c) Odredite jednadžbu hiperbole s asimptotama $y = \pm \frac{5}{\sqrt{11}}x$ ako je njezin linearni ekscentricitet jednak 6.

(d) Ispitajte odnos pravca $x - y + 1 = 0$ i parabole $y^2 = 4x$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 3. (10 bodova)

- (a) Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi točkama $A(2, 1, 3)$, $B(6, 4, 5)$ i $C(-1, 8, 9)$.
- (b) Odredite koeficijente $a, b \in \mathbb{R}$ takve da ravnina $ax + by + 7z + 3 = 0$ prolazi točkom $A(1, -1, 1)$ te da je paralelna s pravcem $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-4}{-6}$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 4. (10 bodova) Ispitajte sijeku li se pravac $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{2}$ te ortogonalna projekcija pravca $\frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{6}$ na ravninu koja prolazi točkom $(1, 2, 1)$ te je paralelna s ravninom $6x + 2y - 3z + 2 = 0$.

ANALITIČKA GEOMETRIJA

Drugi kolokvij – 29. siječnja 2024.

Zadatak 5. (10 bodova) Odredite sve točke hiperbole $x^2 - 4y^2 = 20$ koje su 5 puta više udaljene od desnog fokusa nego od lijevog fokusa.